УДК 316.51

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА И СООТНОШЕНИЯ УГОДИЙ

Д.Т. Мухамедиева, Х.А.Примова,
Центр разработки программных продуктов и
аппаратно-программных комплексов при ТУИТ,
Республика Узбекистан, г. Ташкент

Ключевые слова: *оптимизация, параметрическое программирование, нечеткие множества.*

Во многих задачах, встречающихся на практике, оказывается желательным учитывать влияние не одного, а многих параметров, от которых могут зависеть характеристики задачи. Действительно, в большинстве случаев ограничения задачи линейного программирования представляют собой математическое описание и количественное выражение самых разнообразных условий, от которых зависит некоторый экономический, технический или производственный процесс. Это разнообразие может сказаться, в частности, и в том, что причины, влияющие на изменение величин, при помощи которых выражаются соответствующие ограничения, необходимо рассматривать как независимые, но действующие одновременно. Задачи такого рода естественно необходимо описывать при помощи нескольких параметров.

Параметрическую модель состава, соотношения угодий и их размещения на территории землепользования хлопчатника представим следующим образом. Необходимо найти минимум себестоимости при установлении лимита капитальных вложений

$$z = t\sum_i s_i c_i x_i + (1-t)\sum_i k_i c_i x_i \to \min$$

при обеспечении

1) баланса земель

$$\sum x_i = b_1;;$$

2) использования воды

$$\sum a_{1i} x_i \le b_2;$$

3) использования удобрений

$$\sum a_{2i} x_i \le b_3;$$

4) использования инвестиций

$$\sum a_{3i} x_i \le b_4;$$

5) использования материальных ресурсов

$$\sum a_{4i} x_i \le b_5;$$

6) использования трудовых ресурсов

$$\sum a_{5i} x_i \le b_6.$$

принятые следующие обозначения:

x_i – площади отдельных селекционных сортов хлопчатника (га);

s_i – себестоимость 1 ц хлопка-сырца (тыс.сум);

k_i – капитальные вложения на 1 ц продукт (тыс.сум);

b_1 – общая площадь земель (га);

b_2 – ресурсы воды ($м^3$);

a_{1i} – норма полива ($м^3$/га);

a_{2i} – норма внесения удобрений (т/га);

b_3 – ресурсы удобрений (т);

a_{3i} – инвестиции на 1 га (тыс.сум);

b_4 – объем инвестиций (тыс.сум);

a_{4i} – норма материальных ресурсов (тыс.сум на 1 га);

b_5 – ресурсы отдельных видов фондируемых материалов (тыс.сум);

Часто имеется только “расплывчатая” – нечёткая информация о коэффициентах параметрической модели. Рассмотрим более внимательно параметры этой задачи c_i и a_{1i}. Нетрудно понять, что величины этих параметров зависят от многих факторов реального процесса, не учтенных в приведенной здесь модели. Урожайность, например, зависит, и довольно сложным образом, от таких факторов, как наличие в почве тех или иных питательных веществ, сроков и технологии обработки почвы и внесения удобрений, солнечной активности и многих других. То же самое относится и к параметру a_{1i}.

В качестве математического аппарата, позволяющего формализовать нечёткую априорную информацию, в статье применяется теория нечётких множеств. Задача параметрического программирования с S независимыми параметрами $t_1, \ldots, t_s$ или S параметрическая задача в матричном виде записывается следующим образом:

$$z = (\bar{a}_0^{'} + t^{'}\bar{b}) + \bar{e}t \to \min$$

$$(\bar{a} + \bar{c}t)x \subset K \qquad (1)$$

$$t \in E_s$$

Здесь K={y $y \in R^n, y \le a_{.0} + dt$ } – заданное выпуклое подмножества пространства R^n.

Задачу такого типа можно назвать задачей параметрического программирования с множественно-значными коэффициентами. Ясно, что в рамках этой задачи не имеет смысла говорить о максимизации функции цели, поскольку значения этой функции – не числа, а множество чисел. В этом случае, необходимо выяснить, какое отношение предпочтения в множестве альтернатив порождает эта функция, а затем исследовать вопрос о том, какие выборы считать рациональными в смысле этого отношения предпочтения.

Следующим шагом на пути уточнения рассматриваемой модели является описание коэффициентов задачи в форме нечетких множеств. При этом, кроме задания множеств возможных значений параметров, в модель вводится дополнительная информация в виде функций принадлежности этих нечетких множеств. Эти функции можно рассматривать как способ приближенного отражения экспертом в агрегированном виде имеющегося у него неформализованного представления о реальной величине данного коэффициента.

Таким образом, мы приходим к постановке задачи нечеткого параметрического программирования.

Задача (1) сводится к следующей задаче параметрического программирования

$$z = (a'_0 + t'b)x + e't \to \min,$$

$$(a + ct)x \le a_{.0} + dt, \tag{2}$$
$$t \in E_s,$$

в которой значения коэффициентов a, b, c, d, e описаны в форме нечетких подмножеств, т.е. заданы функции принадлежности

$\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}), \mu_{ij}^k(a_{ij}), \nu_{ijl}^k(c_{ijl})$ и $\xi_{il}^k(d_{il})$ соответствующих множеств, где i=1,…,m; j=1,…,n; l=1,…,s и

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^{q} \bar{a}_{ij}^k \mu_k^{ij} / \sum_{r=1}^{q} \mu_{ij}^r,\ b_{jl} = \sum_{k=1}^{q} \bar{b}_{jl}^k \eta_{jl}^k / \sum_{r=1}^{q} \eta_{jl}^k,$$
$$c_{ijl} = \sum_{k=1}^{q} \bar{c}_{ijl}^k \nu_{ijl}^k / \sum_{r=1}^{q} \nu_{ijl}^r,\ d_{il} = \sum_{r=1}^{q} \bar{d}_{il}^k \xi_{il}^k / \sum_{r=1}^{q} \xi_{il}^r.$$

Решением задачи (2) называется явным образом заданная решающая функция

$$z_s(t) = \min\{z = (a'_0 + t'b)x + e't : (a + ct)x \le (a_0 + dt); x \ge 0\}.$$

Обозначим через O_i – множество решений t удовлетворяющих (2). В силу того, что значения коэффициентов заданы нечетко, O_i является нечетным множеством. Пусть его функция принадлежности $\varphi_{0i}(t)$. Таким образом,

$$O_i = \{t, \varphi_{0i}(t),\ t \in R^S\}.$$

Нечеткому решению соответствует нечеткое максимальное значение

$$\varphi_{zi} = \sup \varphi_{0i}(t),$$
$$t \in z^{-1}(r).$$

Для любого допустимого вектора x справедливы неравенства

$$z_s(t) \le g(t), \tag{3}$$

где

$$g(t) = (a'_0 + t'b)x + e't..$$

Из данного неравенства следует утверждение: если L(t) – выпуклая функция, то $\varphi_z(t)$ - строго монотонно убывает при $r \ge 0$.

Это означает, что в множестве O нет такой альтернативы, для которой одновременно выполнялись бы неравенства

$$\varphi_o(t) > \varphi_z(r) > 0 \text{ и } z(t) > r,$$

т. е. нет такого элемента t , который имел бы большую, чем $\varphi_z(r)$, степень принадлежности множеству φ_0 и давал бы большее, чем r максимизируемой функции. Если лицо принимающее решение предпочитает выбрать в качестве решения конкретную альтернативу $t \in T$ то его выбор должен опираться не только на степень принадлежности этой альтернативы нечеткому множеству $\varphi_z(t)$, но и на соответствующие значения функции z(t).

В заключение отметим, что программа разработана по этой методике и проведем ее тестовую апробацию.

Разработан алгоритм и составлена программа по этой методике.

Литература

1. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации // М.: Наука, 1981.

2. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач // М.: Наука, 1982.

3. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций // М.: Наука, 1971.